氏　　　　　名　**西　村　美　紀**

学 位 の 種 類　博　　　士（理　　学）

学 位 記 番 号　第 4777 号

学位授与年月日　平成 17 年 12 月 26 日

学位授与の要件　学位規則第４条第２項該当者

学 位 論 文 名　**Universasl covering spaces of holomorphic families of Riemann surfaces**

(リーマン面の正則族の普遍被覆空間)

論文審査委員　主査　教　授　今　吉　洋　一　　　副査　教　授　小　松　　　孝

副査　助教授　佐　官　謙　一

論　文　内　容　の　要　旨

１次元の複素多様体（リーマン面）R の普遍被覆空間 $\tilde{R}$ は、(1) $\tilde{R}=\hat{C} \Leftrightarrow R=\hat{C}$、(2) $\tilde{R}=C \Leftrightarrow R=C$, $C\setminus\{0\}$、またはトーラス、(3) $\tilde{R}=\Delta \Leftrightarrow R$ はそれ以外である、という Koebe の一意化定理によって、リーマン面は単純な領域、すなわち円板 Δ 複素平面 C、あるいはリーマン球面 $\hat{C}$ 上で考察すればよいことが分かる。

２次元以上の複素多様体では、単連結でコンパクトなものが無数にあったり、２次元球体 B_2 と２次元多重円板 Δ^2 が双正則同値でない（ポアンカレの定理）など、状況は非常に複雑であって、一般的な一意化定理は知られていない。比較的一般的な一意化定理としては、Griffiths によるものがあるが、ここでは２次元の場合を述べる。２次元の既約でなめらかな擬射影代数多様体 $\hat{M}$ の任意の点 p に対して、p の Zariski 近傍 M を適当に取れば、解析的に有限な双曲型のリーマン面 R 上のリーマン面の正則族（M, π, R）を構成することができる。Griffiths は Teichmüller 空間の理論（特に Bers の同時一意化定理）を応用して、M の普遍被覆空間 $\tilde{M}$ は、２次元の胞体に位相同値で、C^2 の正則な有界領域に双正則同値であることを証明した。

本論文では、上記の Griffiths の結果を念頭において、リーマン面の正則族（M, π, R）の普遍被覆空間 $\tilde{M}$ の関数論的性質を考察する。

リーマン面の正則族（M, π, R）とは、直観的には、正則なファイブレーション $\pi : M\to R$ によって、２次元複素多様体 M がリーマン面 $S_t=\pi^{-1}(t)$ の族の直和 $M=\bigsqcup_{t\in R}\{t\}\times S_t$ の形に表せるものである。ここで重要なことは、ファイバーS_t は解析的に有限な双曲型のリーマン面で、その位相型（g, n）はパラメータ t に依存せず、複素構造は t に関して正則に依存することである、このとき、M の普遍被覆空間 $\tilde{M}$ は、リーマン面 R の普遍被覆空間 $\rho : \tilde{R}\to R$ と S_t の普遍被覆空間 $\tilde{S}_t$ を用いて、$\tilde{M}=\bigsqcup_{\tau\in\tilde{R}}\{\tau\}\times\tilde{S}_{\rho(\tau)}$ と表すことができ、Teichmüller 空間の理論から、上の Griffiths の結果が得られる。

本論文における主結果は次の通りである。ただし、R は、解析的に有限であるとする。(I)（M, π, R）が局所的に自明、n>0、あるいは R がコンパクトでないならば、$\tilde{M}$ は２次元球体 B_2 と双正則同値にならない。(II)（I）と同じ条件下で、$\tilde{M}$ は２次元の強擬凸な領域と双正則同値にならない。(III) すべてのファイバー$S_t=\pi^{-1}(t)$ が双正則同値になるときかつそのときに限って、$\tilde{M}$ は２次元多重円板 Δ^2 と双正則同値になる。(IV)（M, π, R）のホモトピックモノドロミー$\mathcal{M}$ が有限になるときかつそのときに限って、$\tilde{M}$ は２次元の重円板 Δ^2 と双正則同値になる。ここで、ホモトピックモノドロミー$\mathcal{M}$ は、ファイバー空間（M, π, R）の位相的な性質であることに注意しておく。

論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

本論文の研究は、複素多様体の一意化問題に関連して、その普遍被覆空間の複素解析的な性質を考察したものである。一意化問題は19世紀以来の重要な研究課題であり、Hilbertの第22問題としても取り上げられてる。

1次元の複素多様体（リーマン面）Rの普遍被覆空間$\tilde{R}$は、(1) $\tilde{R}\cong\hat{C}\Leftrightarrow R\cong\hat{C}$、(2) $\tilde{R}\cong C\Leftrightarrow R\cong C$, $C\setminus\{0\}$、またはトーラス、(3) $\tilde{R}\cong\Delta\Leftrightarrow R$はそれ以外である、というKoebeの一意化定理によって、リーマン面は単純な領域、すなわち円板Δ、複素平面C、あるいはリーマン球面$\hat{C}$上で考察すればよいことが分かる。

2次元以上の複素多様体では、単連結でコンパクトなものが無数にあったり、2次元球体B_2と2次元多重円板Δ^2が双正則同値でない（ポアンカレの定理）など、状況は非常に複雑であって、一般的な一意化定理は知られていない。比較的一般的な一意化定理としては、Griffithsによるものがあるが、ここでは2次元の場合を述べる。2次元の既約でなめらかな擬射影代数多様体$\hat{M}$の任意の点pに対して、pのZariski近傍Mを適当に取れば、解析的に有限な双曲型のリーマン面R上のリーマン面の正則族(M, π, R)を構成することができる。GriffithsはTeichmüller空間の理論（特にBersの同時一意化定理）を応用して、Mの普遍被覆空間$\tilde{M}$は、2次元の胞体に位相同値で、C^2の正則な有界領域に双正則同値であることを証明した。

本論文では、上記のGriffithsの結果を念頭において、リーマン面の正則族(M, π, R)の普遍被覆空間$\tilde{M}$の複素解析的な構造を考察している。

リーマン面の正則族(M, π, R)とは、直観的には、正則なファイブレーション$\pi: M\to R$によって、2次元複素多様体Mがリーマン面$S_t=\pi^{-1}(t)$の族の直和$M=\bigsqcup_{t\in R}\{t\}\times S_t$の形に表せるものである。ここで重要なことは、ファイバーS_tは解析的に有限な双曲型のリーマン面で、その位相型(g, n)はパラメータtに依存せず、複素構造はtに関して正則に依存することである。このとき、Mの普遍被覆空間$\tilde{M}$は、リーマン面Rの普遍被覆空間$\rho: \tilde{R}\to R$とS_tの普遍被覆空間$\tilde{S}_t$を用いて、$\tilde{M}=\bigsqcup_{\tau\in\tilde{R}}\{\tau\}\times\tilde{S}_{\rho(\tau)}$と表すことができ、Teichmüller空間の理論から、上のGriffithsの結果が得られる。

本論文における主結果は次の通りである。ただし、Rは、解析的に有限であるとする。(I) (M, π, R)が局所的に自明、n>0、あるいはRがコンパクトでないならば、$\tilde{M}$は2次元球体B_2と双正則同値にならない。(II)(I)と同じ条件下で、$\tilde{M}$は2次元の強擬凸な領域と双正則同値にならない。(III)すべてのファイバー$S_t=\pi^{-1}(t)$が双正則同値になるときかつそのときに限って、$\tilde{M}$は2次元多重円板Δ^2と双正則同値になる。(IV) (M, π, R)のホモトピックモノドロミー$\mathcal{M}$が有限になるときかつそのときに限って、$\tilde{M}$は2次元の重円盤Δ^2と双正則同値になる。ここで、ホモトピックモノドロミー$\mathcal{M}$は、ファイバー空間(M, π, R)の位相的な性質であることに注意しておく。

以上の結果は、複素多様体の一意化問題やリーマン面の正則族についての新しい知見をもたらすものである。よって、博士（理学）の学位授与に値するものと審査した。